

Ekström Sylvia
Schroeter Raphaël

Département de Physique
Université de Genève

Travaux Pratiques de Physique

Rapport de l'expérience M1 :

Elasticité

1. MODULE D'ELASTICITE E AVEC L'ALLONGEMENT D'UN FIL

PROCEDURES

Pour mesurer le module de Young (E) de l'acier, nous avons suspendu des masses variables au bout d'un fil d'acier, et mesuré l'allongement ΔL correspondant. Le fil d'acier avait un diamètre de 0.2 mm et une longueur de 1568 mm. Nous avons varié les masses de 100g à 1000g.

RESULTATS

Nos résultats sont exposés dans le tableau suivant :

masse (kg)	ΔL (m)
0.100	4.00E-04
0.200	6.00E-04
0.300	9.00E-04
0.400	1.00E-03
0.497	1.30E-03
0.597	1.60E-03
0.697	1.80E-03
0.797	2.00E-03
0.897	2.30E-03
0.997	2.60E-03

Tableau 1

Nous avons reporté sur un graphique (graphique 1) ΔL en fonction de la masse.

CALCUL DU MODULE DE YOUNG (E)

Pour calculer le module de Young, nous avons utilisé la formule suivante (tirée du Guide des travaux pratiques) :

$$E = \frac{L \cdot m \cdot g}{\Delta L \cdot S}$$

où L est la longueur du fil au repos, mg le poids de la masse, ΔL l'allongement mesuré et S la section du fil (les unités de chaque variable peuvent se lire dans le tableau). Nos résultats figurent dans le tableau 2.

Longueur Fil (m)	Section Fil (m)	masse (kg)	Erreur masse	ΔL (m)	E (Nm ⁻²)	Erreur E	Erreur %
1.568	3.14E-08	0.1	± 5.00E-05	4.00E-04	1.22E+11	3.92E+10	32.02
1.568	3.14E-08	0.2	± 5.00E-05	6.00E-04	1.63E+11	4.25E+10	26.03
1.568	3.14E-08	0.3	± 5.00E-05	9.00E-04	1.63E+11	3.73E+10	22.88
1.568	3.14E-08	0.4	± 5.00E-05	1.00E-03	1.96E+11	4.38E+10	22.36
1.568	3.14E-08	0.497	± 5.00E-05	1.30E-03	1.87E+11	4.01E+10	21.43
1.568	3.14E-08	0.597	± 5.00E-05	1.60E-03	1.83E+11	3.83E+10	20.95
1.568	3.14E-08	0.697	± 5.00E-05	1.80E-03	1.90E+11	3.94E+10	20.76
1.568	3.14E-08	0.797	± 5.00E-05	0.002	1.95E+11	4.02E+10	20.62
1.568	3.14E-08	0.897	± 5.00E-05	0.0023	1.91E+11	3.91E+10	20.47
1.568	3.14E-08	0.997	± 5.00E-05	0.0026	1.88E+11	3.82E+10	20.37
Erreur L	Erreur S			Erreur ΔL		Erreur moyenne	
1.00E-03	6.28E-09			1.00E-04		3.98E+10	22.79

Tableau 2

Nous avons reporté sur un graphique (graphique 2) E en fonction de la masse.

CALCUL D'ERREURS

Nous traiterons ici des erreurs intervenants dans le calcul de E. Selon la formule de calcul d'erreur, tirée du guide, nous trouvons pour :

$$\Delta E = \sqrt{\left(\frac{m \cdot g}{\Delta L_{mes} \cdot S} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(\frac{L \cdot g}{\Delta L_{mes} \cdot S} \cdot \Delta m\right)^2 + \left(\frac{L \cdot m \cdot g}{(\Delta L_{mes})^2 \cdot S} \cdot \Delta(\Delta L_{mes})\right)^2 + \left(\frac{L \cdot m \cdot g}{\Delta L_{mes} \cdot S^2} \cdot \Delta S\right)^2}$$

avec les marges d'erreurs suivantes :

$$\Delta S = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \Delta r$$

où r est le rayon du fil et $\Delta r = \pm 0.01 \text{ mm}$

$$\Delta L = \pm 1 \text{ mm}$$

$$\Delta m = \pm 0.5 \text{ g}$$

$$\Delta L_{mes} = \pm 0.1 \text{ mm}$$

Les résultats des calculs d'erreur se trouvent également dans le tableau 2.

DISCUSSION

Comparés à la valeur connue de E qui est de $\sim 2 \cdot 10^{11} \text{ (N/m}^2\text{)}$ pour l'acier, nous remarquons que nos résultats pour E tendent vers cette valeur, pour les grandes masses. Pour les petites masses nos résultats sont nettement moins satisfaisants vraisemblablement pour la raison suivante : les faibles masses induisent un allongement plus faible, ce qui entraîne une incertitude de lecture plus grande. A ce moment la graduation de la règle de lecture se retrouve inadaptée à la précision requise. Une solution pour améliorer cette situation serait d'utiliser un fil de diamètre plus petit pour ces petites masses. En effet, l'allongement d'un fil plus fin sera amplifié pour une même masse, permettant une lecture plus précise.

Notre forte marge d'erreur (environ 22%) est principalement dû aux erreurs de lecture. Pour améliorer celle-ci nous proposons la même méthode que ci-dessus.

2. MODULE D'ELASTICITE E AVEC LA MESURE DE LA FLECHE D'UNE BARRE

PROCEDURES

Pour mesurer le module de Young (E) de l'acier et du laiton, nous avons mesuré la flèche ξ_{\max} d'une barre en acier puis en laiton. Pour cela nous avons suspendu deux masses à chaque extrémité de la barre en faisant varier la distance d entre la masse et le point d'appuis. La figure 1 représente schématiquement le dispositif expérimental.

RESULTATS

Nos résultats sont exposés dans les tableaux suivants :

d (m)	ξ (m)
0.1	3.98E-04
0.15	5.93E-04
0.2	7.87E-04
0.25	9.89E-04
0.3	1.19E-03
0.35	1.39E-03

- **ACIER**

Tableau 3

d(m)	ξ (m)
0.1	8.00E-04
0.15	1.21E-03
0.2	1.60E-03
0.25	2.00E-03
0.3	2.40E-03
0.35	2.80E-03

- **LAITON**

Tableau 4

Nous avons représenté sur un graphique la flèche en fonction du moment de force (graphique 3 pour l'acier et 4 pour le laiton).

CALCUL DU MODULE DE YOUNG (E)

Pour calculer le module de Young, nous avons utilisé la formule suivante (tirée du guide des travaux pratiques) :

$$E = \frac{m \cdot g \cdot d \cdot L^2}{8 \cdot I \cdot \xi_{\max}}$$

où L est la distance entre les deux points d'appui (fig.1), mgd le moment de force appliqué à la barre, ξ_{\max} la flèche et I le moment d'inertie de la barre (les unités de chaque variable peuvent se lire dans le tableau). Pour le calcul de I, nous avons utilisé la formule suivante :

$$I = \frac{a \cdot b^3}{12} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

où a est la largeur de la barre et b sa hauteur. Nos résultats figurent dans les tableaux suivants :

- **Acier :**

L (m)	m (kg)	I (Kgm ²)	d (m)	ξ (m)	Moment Force (Nm)	Erreur Moment	E (Nm ²)	Erreur E	Erreur %
0.75	1.00	8.53E-10	0.1	3.98E-04	0.98	± 9.86E-03	2.03E+11	± 5.07E+09	2.50
0.75	1.00	8.53E-10	0.15	5.93E-04	1.47	± 9.92E-03	2.04E+11	± 4.49E+09	2.19
0.75	1.00	8.53E-10	0.2	7.87E-04	1.96	± 1.00E-02	2.05E+11	± 4.27E+09	2.08
0.75	1.00	8.53E-10	0.25	9.89E-04	2.45	± 1.01E-02	2.04E+11	± 4.12E+09	2.02
0.75	1.00	8.53E-10	0.3	1.19E-03	2.94	± 1.02E-02	2.04E+11	± 4.05E+09	1.99
0.75	1.00	8.53E-10	0.35	1.39E-03	3.43	± 1.04E-02	2.04E+11	± 4.01E+09	1.97
Erreur L	Erreur m	Erreur I	Erreur d	Erreur ξ			Moyenne E	Erreur moyenne	
1.00E-03	1.00E-03	1.61E-11	1.00E-03	5.00E-06			2.04E+11	4.34E+09	2.12

Tableau 5

- Laiton :

L (m)	m (kg)	I (Kg·m ²)	d(m)	ξ (m)	Moment Force (Nm)	Erreur Moment	E (Nm ⁻²)	Erreur E	Erreur %
0.75	1.00	8.53E-10	0.1	8.00E-04	0.98	± 9.86E-03	1.01E+11	± 2.27E+09	2.25
0.75	1.00	8.53E-10	0.15	1.21E-03	1.47	± 9.92E-03	1.00E+11	± 2.08E+09	2.07
0.75	1.00	8.53E-10	0.2	1.60E-03	1.96	± 1.00E-02	1.01E+11	± 2.02E+09	2.00
0.75	1.00	8.53E-10	0.25	2.00E-03	2.45	± 1.01E-02	1.01E+11	± 2.00E+09	1.97
0.75	1.00	8.53E-10	0.3	2.40E-03	2.94	± 1.02E-02	1.01E+11	± 1.97E+09	1.95
0.75	1.00	8.53E-10	0.35	2.80E-03	3.43	± 1.04E-02	1.01E+11	± 1.96E+09	1.94
Erreur L	Erreur m	Erreur I	Erreur d	Erreur ξ			Moyenne E	Erreur moyenne	
1.00E-03	1.00E-03	1.61E-11	1.00E-03	5.00E-06			1.01E+11	2.05E+09	2.03

Tableau 6

CALCUL D'ERREUR

Nous traiterons ici des erreurs intervenant dans le calcul de E. Selon la formule de calcul d'erreur, tirée du guide, nous trouvons pour :

$$\Delta E = \sqrt{\left(\frac{g \cdot d \cdot L^2}{8 \cdot I \cdot \xi_{\max}} \cdot \Delta m\right)^2 + \left(\frac{m \cdot g \cdot L^2}{8 \cdot I \cdot \xi_{\max}} \cdot \Delta d\right)^2 + \left(\frac{m \cdot g \cdot d \cdot L}{4 \cdot I \cdot \xi_{\max}} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(\frac{m \cdot g \cdot d \cdot L^2}{8 \cdot I^2 \cdot \xi_{\max}} \cdot \Delta I\right)^2 + \left(\frac{m \cdot g \cdot d \cdot L^2}{8 \cdot I \cdot \xi_{\max}^2} \cdot \Delta \xi_{\max}\right)^2}$$

avec les marges d'erreurs suivantes :

$$\Delta I = \sqrt{\left(\frac{b^3}{12} \cdot \Delta a\right)^2 + \left(\frac{a \cdot b^2}{4} \cdot \Delta b\right)^2}$$

avec Δa et $\Delta b = \pm 0.05$ mm

$$\Delta L = \pm 1 \text{ mm}$$

$$\Delta m = \pm 0.1 \text{ g}$$

$$\Delta \xi = \pm 0.005 \text{ mm}$$

Dans le tableau, nous avons calculé la marge d'erreur du moment de force, selon la formule ci-dessous :

$$\Delta F \cdot d = \sqrt{m \cdot g \cdot \Delta d^2 + g \cdot d \cdot \Delta m^2}$$

Les résultats des calculs d'erreur se trouvent dans les tableaux 5 et 6.

DISCUSSION

Comparés à la valeur connue de E qui est de $\sim 2 \cdot 10^{11}$ (N/m²) pour l'acier et entre $8 \cdot 10^{10}$ (N/m²) et 10^{11} (N/m²) pour le laiton, nous constatons que nos résultats sont satisfaisants. Cependant, il faut noter que pour calculer la valeur de E, nous avons besoin de mesurer la flèche maximum ξ_{\max} . Or celle-ci se mesure au centre exact de la barre. Dans notre expérience, nous sommes partis du principe que c'était le cas. Nous aurions pu calculer une marge d'erreur quant au positionnement de notre appareil de mesure, ce qui aurait vraisemblablement peu affecté notre marge d'erreur sur le module de Young.

3. MODULE DE CISAILLEMENT G

PROCEDURE

- MESURES AVEC MASSES VARIABLES

Pour mesurer le module de Coulomb (G) nous avons mesuré l'angle de torsion provoqué par le moment de force du poids de différentes masses sur une barre cylindrique de 2 mm de diamètre. Nous avons varié les masses de 20g à 100g.

- MESURES AVEC RAYONS VARIABLES

Même procédure que ci-dessus mais en faisant varier le rayon de la barre avec une masse constante de 100g.

RESULTATS

- MESURES AVEC MASSES VARIABLES

Nos résultats se trouvent dans le tableau 7.

masse (kg)	$\Delta\theta$ (°)
0.02	4.67
0.03	7.25
0.04	9.50
0.05	12.00
0.06	14.42
0.07	16.67
0.08	19.08
0.09	21.50
0.10	23.92

Tableau 7

Nous avons reporté dans le graphique 6 $\Delta\theta$ (en radians) en fonction de la masse.

- MESURES AVEC RAYONS VARIABLES

Nos résultats se trouvent dans le tableau 8.

Rayon Barre (m)	$\Delta\theta$ (°)
1.00E-03	23.92
1.10E-03	16.08
1.20E-03	11.08
1.30E-03	8.00
1.40E-03	5.67
1.50E-03	4.50

Tableau 8

Nous avons reporté dans le graphique 7 $\Delta\theta$ en fonction du rayon.

CALCUL DU MODULE DE COULOMB (G)

Pour calculer le module de Coulomb nous avons utilisé la formule se trouvant dans le guide :

$$G = \frac{2 \cdot L \cdot m \cdot g \cdot d}{\pi \cdot R^4 \cdot \Delta\theta}$$

où L est la longueur de la barre, mgd le moment de la force appliquée (d est le rayon du disque de la poulie à laquelle sont suspendues les masses), R le rayon de la barre et $\Delta\theta$ l'angle de torsion provoqué.

- MESURES AVEC MASSES VARIABLES

Nos résultats se trouvent dans le tableau 9 (et reporté dans le graphique 8).

d (m)	Rayon Barre (m)	Longueur Barre (m)	masse (kg)	$\Delta\theta$ (°)	$\Delta\theta$ (rad)	Module Coulomb G (N m ²)	Erreur sur G	Erreur %	
0.10	1.00E-03	0.50	0.02	4.67	0.08	7.67E+10	± 1.54E+10	20.09	
0.10	1.00E-03	0.50	0.03	7.25	0.13	7.40E+10	± 1.48E+10	20.04	
0.10	1.00E-03	0.50	0.04	9.50	0.17	7.53E+10	± 1.51E+10	20.03	
0.10	1.00E-03	0.50	0.05	12.00	0.21	7.45E+10	± 1.49E+10	20.02	
0.10	1.00E-03	0.50	0.06	14.42	0.25	7.45E+10	± 1.49E+10	20.02	
0.10	1.00E-03	0.50	0.07	16.67	0.29	7.51E+10	± 1.50E+10	20.01	
0.10	1.00E-03	0.50	0.08	19.08	0.33	7.50E+10	± 1.50E+10	20.01	
0.10	1.00E-03	0.50	0.09	21.50	0.38	7.49E+10	± 1.50E+10	20.01	
0.10	1.00E-03	0.50	0.10	23.92	0.42	7.48E+10	± 1.50E+10	20.01	
Erreur d	Erreur R	Erreur L	Erreur m	Erreur θ		Moyenne G	Erreur moyenne		
5.00E-04	5.00E-05	5.00E-04	1.00E-04	1.45E-03		7.50E+10	± 1.50E+10	20.03	

Tableau 9

- MESURES AVEC RAYONS VARIABLES

Nos résultats se trouvent dans le tableau 10 (et reporté dans le graphique 9).

d (m)	Rayon Barre (m)	Longueur Barre (m)	masse (kg)	$\Delta\theta$ (°)	$\Delta\theta$ (rad)	Module Coulomb G (Nm ⁻²)	Erreur sur G	Erreur %
0.10	1.00E-03	0.50	0.10	23.92	0.42	7.48E+10 ±	1.50E+10	20.01
0.10	1.10E-03	0.50	0.10	16.08	0.28	7.60E+10 ±	2.02E+10	26.64
0.10	1.20E-03	0.50	0.10	11.08	0.19	7.78E+10 ±	2.69E+10	34.61
0.10	1.30E-03	0.50	0.10	8.00	0.14	7.83E+10 ±	3.45E+10	44.07
0.10	1.40E-03	0.50	0.10	5.67	0.10	8.22E+10 ±	4.54E+10	55.21
0.10	1.50E-03	0.50	0.10	4.50	0.08	7.85E+10 ±	5.36E+10	68.20
Erreur d	Erreur R	Erreur L	Erreur m	Erreur θ		Moyenne G	Erreur moyenne	
5.00E-04	5.00E-05	5.00E-04	1.00E-04		1.45E-03	7.79E+10 ±	3.26E+10	41.46

Tableau 10

CALCUL D'ERREUR

Nous traiterons ici des erreurs intervenant dans le calcul de G. Selon la formule de calcul d'erreur, tirée du guide, nous trouvons pour :

$$\Delta G = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot m \cdot g \cdot d}{\pi \cdot R^4 \cdot \theta} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot L \cdot m \cdot g}{\pi \cdot R^4 \cdot \theta} \cdot \Delta d\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot L \cdot g \cdot d}{\pi \cdot R^4 \cdot \theta} \cdot \Delta m\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot L \cdot m \cdot g \cdot d}{\pi \cdot R^4 \cdot \theta^2} \cdot \Delta \theta\right)^2 + \left(\frac{8 \cdot L \cdot m \cdot g \cdot d}{\pi \cdot R^5 \cdot \theta} \cdot \Delta R\right)^2}$$

avec les marges d'erreurs suivantes :

$$\Delta L = \pm 0.5 \text{ mm}$$

$$\Delta m = \pm 0.1 \text{ g}$$

$$\Delta \theta = \pm 1/12^\circ$$

$$\Delta d = \pm 0.5 \text{ mm}$$

$$\Delta R = \pm 0.05 \text{ mm}$$

Les résultats des calculs d'erreur se trouvent dans les tableaux 9 et 10.

DISCUSSION

Concernant les erreurs sur G (rayons variables), nous constatons qu'elles sont considérables. Ceci est vraisemblablement dû à l'erreur du rayon, qui élevée à la puissance quatre, se répercute fortement. En effet, l'erreur absolue sur la mesure du rayon étant constante, plus celui-ci est petit plus l'erreur relative est importante (ceci est mis en évidence dans le graphique 7). Pour minimiser ce problème nous pensons qu'il faudrait affiner la marge d'erreur absolue lors de la mesure de petits rayons.

Pour les erreurs sur G (masses variables), nous constatons qu'elles restent stables aux environs de 20%. De nouveau cette erreur provient principalement de l'erreur sur le rayon.

Dans les deux cas, en général, nous avons surestimé cette erreur.

Nous ne connaissons pas de valeur générale de G mais selon nos calculs nous l'estimons entre 7.5 et 8 E¹¹.

CALCUL DU NOMBRE DE POISSON (α) DE L'ACIER

Connaissant les modules d'élasticité (E) et de cisaillement (G) , nous pouvons calculer le nombre de Poisson (α) selon la formule tirée du guide :

$$\alpha = \frac{E}{2 \cdot G} - 1$$

Pour ce calcul, nous avons pris la valeur moyenne de E, trouvée précédemment dans notre expérience (cf. tableau 5) et les différentes valeurs de G du tableau 9.

Nos résultats sont exposés dans le tableau suivant :

Module Coulomb G (Nm ⁻²)	Nombre de poisson α	Erreur sur α	Erreur %
7.67E+10	0.33	± 0.30	89.25
7.40E+10	0.38	± 0.31	80.66
7.53E+10	0.36	± 0.30	84.51
7.45E+10	0.37	± 0.30	82.08
7.45E+10	0.37	± 0.30	81.81
7.51E+10	0.36	± 0.30	83.87
7.50E+10	0.36	± 0.30	83.43
7.49E+10	0.36	± 0.30	83.09
7.48E+10	0.36	± 0.30	82.82
Moyenne G	Moyenne α	Erreur Moyenne	
7.50E+10	0.36	± 0.30	83.50

Tableau 11

CALCUL D'ERREUR

Pour calculer l'erreur sur α nous avons utilisé la formule suivante, tirée du guide :

$$\Delta \alpha = \frac{1}{2G} \cdot \Delta E + \frac{E}{2 \cdot G^2} \cdot \Delta G$$

où ΔE et ΔG sont les valeurs moyennes de l'erreur sur E et G, tirées du tableau 5, pour E et du tableau 9, pour G. Les erreurs peuvent se lire dans le tableau 11.

DISCUSSION

Nous voyons que les erreurs sur α sont considérables. La faible marge d'erreur sur E n'arrive pas à compenser l'erreur sur G.

La valeur connue du nombre de Poisson pour les métaux se situant aux environs de 1/3, nous constatons que nos résultats sont satisfaisants.

ANNEXES : GRAPHIQUES 1 A 9