Dominique Eckert
Nicola Ambrosetti

Expérience T1 : Constante de Stefan-Boltzmann

But :
Etude des phénomènes de transmission de chaleur par le rayonnement et calcul expérimental de la constante de Stefan-Boltzmann σ.

Mesures :

A) Récipient évacué non-argenté

$T_0 = 20{,}59$ [°C]

t [min]	T [°C]	$\delta = \frac{T - T_0}{T_0}$	$\ln\left(\frac{\delta}{1+1.5\delta}\right)$
0	34.17	0.046231	-3.14115
7	33.63	0.044393	-3.17914
12	33.24	0.043065	-3.20764
17	32.84	0.041703	-3.23785
22	32.45	0.040375	-3.26832
27	32.07	0.039082	-3.29906
32	31.73	0.037924	-3.32748
37	31.41	0.036835	-3.35508
42	31.10	0.035779	-3.38265
47	30.79	0.034724	-3.41108
52	30.49	0.033703	-3.43948
57	30.21	0.032750	-3.46681
62	29.92	0.031762	-3.49600
67	29.65	0.030843	-3.52405

B) Récipient évacué argenté (Dewar)

$T_0 = 20{,}79$ [°C]

t [min]	T [°C]	$\delta = \frac{T - T_0}{T_0}$	$\ln\left(\frac{\delta}{1+1.5\delta}\right)$
0	35.05	0.048513	-3.09616
7	34.97	0.048241	-3.10141
12	34.91	0.048037	-3.10536
17	34.85	0.047832	-3.10933
22	34.80	0.047662	-3.11266
27	34.74	0.047458	-3.11666
32	34.68	0.047254	-3.12069
37	34.62	0.047050	-3.12473
42	34.56	0.046846	-3.12879
47	34.51	0.046676	-3.13219
52	34.45	0.046472	-3.13629
57	34.39	0.046267	-3.14041
62	34.33	0.046063	-3.14454
67	34.28	0.045893	-3.14800

C) Récipient rempli d'air

$T_0 = 20{,}64$ [°C]

t [min]	T [°C]	$\Delta = T - T_0$ [°C]	$\ln(\Delta)$
0	33.73	13.09	2.571848
7	32.89	12.25	2.505525
12	32.32	11.68	2.457877
17	31.78	11.14	2.410542
22	31.32	10.68	2.368372
27	30.85	10.21	2.323367
32	30.42	9.78	2.280339
37	30.00	9.36	2.236445
42	29.59	8.95	2.191653
47	29.20	8.56	2.147100
52	28.83	8.19	2.102913
57	28.48	7.84	2.059238
62	28.14	7.50	2.014903
67	27.81	7.17	1.969905

Marges d'erreurs :

sur t : ± 1 [s]

sur T : ± 0,01 [°C]

Comme nous avons décalé les mesures (le 0 de C) a été pris après le 0 de B) et celui-ci après le 0 de A)), nous pouvons nous permettre de prendre une marge d'erreur d'une seconde sur t. Pour la marge d'erreur de T, nous prenons comme marge la précision du thermomètre, soit ± 0,01 [°C].

Graphiques : voir pages suivantes.

Calcul de la constante de Stefan-Boltzmann pour le récipient évacué

A) Calcul de la surface extérieure de la sphère intérieure

On a V = 245 [cm3]

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow r = 3{,}88[\mathrm{cm}]$ On rajoute l'épaisseur du verre, d'où r = 3,98[cm]

$S = 4\pi r^2 = 199[\mathrm{cm}^2]$

B) Calcul de la constante σ

$\ln\left(\frac{\delta}{1+1.5\delta}\right) = \ln\left(\frac{\delta_0}{1+1.5\delta_0}\right) - \gamma t$, avec - γ pente de la droite de régression (voir graphique)

$$\alpha = \frac{\overline{AA_0}}{1-(1-\overline{A})(1-\overline{A}_0)}$$

$\gamma = \frac{4\alpha \cdot S \cdot T_0^3}{C}\sigma \Rightarrow \sigma = \frac{\gamma \cdot C}{4\alpha \cdot S \cdot T_0^3}$, avec $C = C_{eau} + C_{verre}$, $C_{verre} = 50{,}2[\mathrm{J/K}]$

$C_{eau} = V \cdot \rho_{eau} \cdot c_{eau}$, avec $\rho_{eau} \approx 10^3 \left[kg/m^3\right]$ et $c_{eau} = 4{,}18 \cdot 10^3 \left[J/kg \cdot K\right]$

Données :

- $V = 245\left[cm^3\right] = 2{,}45 \cdot 10^{-4}\left[m^3\right]$
- $\overline{A} = 0{,}91; \overline{A}_0 = 0{,}96$
- Par le graphique, on a : $\gamma = 5{,}74 \cdot 10^{-3}\left[min^{-1}\right] = 9{,}57 \cdot 10^{-5}\left[s^{-1}\right]$
- $S = 199\left[cm^2\right] = 1{,}99 \cdot 10^{-2}\left[m^2\right]$ (voir plus haut)
- $T_0 = 20{,}59\,[°C] \Rightarrow T_0 = 293{,}74\,[K] \Rightarrow T_0^3 = 2{,}53 \cdot 10^7\left[K^3\right]$

$\Rightarrow C = C_{verre} + V \cdot \rho_{eau} \cdot c_{eau} = 1074{,}3\left[J/kg\right]$

$\alpha = 0{,}877$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{\gamma \cdot C}{4\alpha \cdot S \cdot T_0^3} = 5{,}78 \cdot 10^{-8}\left[\frac{W}{m^2 \cdot K^4}\right]$$

Calculs d'erreur :

Erreur sur γ : on calcule les erreurs sur $\ln\left(\frac{\delta}{1+1.5\delta}\right)$ de telle façon qu'on puisse trouver un γ_{min} pour trouver l'erreur sur γ. Calculs de l'erreur sur $\ln\left(\frac{\delta}{1+1.5\delta}\right)$:

$$\Delta\delta = \left|\frac{1}{T_0}\right|\Delta T + \left|\frac{T}{T_0^2}\right|\Delta T_0$$

$$\Delta \ln\,(\text{abréviation}) = \left|\frac{1}{\delta(1+1.5\delta)}\right|\Delta\delta$$

Exemple de calcul pour t = 0, c-à-d T = 34,17 [°C] = 307,32 [K], et $\delta = 0{,}046231$:

$$\Delta\delta = \left|\frac{1}{293{,}74}\right| \cdot 0{,}01 + \left|\frac{307{,}32}{(293{,}74)^2}\right| \cdot 0{,}01 = 7 \cdot 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \Delta \ln = \left|\frac{1}{\delta(1+1.5\delta)}\right|\Delta\delta = 1 \cdot 10^{-3}$$

Une fois les erreurs calculées, on crée un nouveau graphique avec, pour les 7 premières valeurs (soit la moitié), la valeur de $\ln\left(\frac{\delta}{1+1.5\delta}\right)$ moins l'erreur, et pour les 7 autres la valeur de $\ln\left(\frac{\delta}{1+1.5\delta}\right)$ plus l'erreur, et on trace la droite de régression. La pente de cette droite sera donc une valeur de la pente minimale possible, et donc l'erreur sera évaluée en prenant $\left|\gamma - \gamma_{min}\right|$.

Par le graphique on a : $\gamma_{min} = 5{,}66 \cdot 10^{-3}\left[min^{-1}\right] = 9{,}43 \cdot 10^{-5}\left[s^{-1}\right]$

$\gamma = 9{,}57 \cdot 10^{-5}\left[s^{-1}\right] \Rightarrow \left|\gamma - \gamma_{min}\right| = 1{,}4 \cdot 10^{-6}\left[s^{-1}\right]$

erreur sur σ :

$$\Delta\sigma = \left|\frac{C}{4\alpha \cdot S \cdot T_0^3}\right|\Delta\gamma + \left|\frac{3\gamma \cdot C}{4\alpha \cdot S \cdot T_0^4}\right|\Delta T_0 = 9 \cdot 10^{-10}$$

$$\boxed{\Rightarrow \sigma = 5{,}78 \cdot 10^{-8} \pm 9 \cdot 10^{-10}\left[\frac{W}{m^2 \cdot K^4}\right]}$$

Détermination du coefficient α pour le récipient argenté

$\sigma = \dfrac{\gamma \cdot C}{4\alpha_0 \cdot S \cdot T_0^3} \Rightarrow \alpha_0 = \dfrac{\gamma \cdot C}{4\sigma \cdot S \cdot T_0^3}$, avec σ déterminé ci-dessus, avec $T_0 = 20{,}79$ [°C] = 293,94 [K] et avec $\gamma = 8 \cdot 10^{-4}\left[\min^{-1}\right] = 1{,}33 \cdot 10^{-5}\left[s^{-1}\right]$. C et S ne changent pas.

$\Rightarrow \alpha_0 = 0{,}122$

calcul d'erreur :

$$\Delta\alpha_0 = \left|\frac{C}{4\sigma \cdot S \cdot T_0^3}\right|\Delta\gamma + \left|\frac{\gamma \cdot C}{4\sigma^2 \cdot S \cdot T_0^3}\right|\Delta\sigma + \left|\frac{3\gamma \cdot C}{4\sigma \cdot S \cdot T_0^4}\right|\Delta T_0 = 0{,}03$$

$\boxed{\Rightarrow \alpha_0 = 0{,}122 \pm 0{,}03}$

Détermination de la conductivité thermique de l'air

Données :

$\gamma + \dfrac{K}{C} = 8{,}9 \cdot 10^{-3}\left[\min^{-1}\right] = 1{,}48 \cdot 10^{-4}\left[s^{-1}\right] = \gamma'$

$\gamma = 9{,}75 \cdot 10^{-5}\left[s^{-1}\right]$

C = 1074,3 [J/kg]

$\Rightarrow K = (\gamma' - \gamma) \cdot C = 5{,}43 \cdot 10^{-2}$

Calcul d'erreur :

erreur sur γ' : De même que l'erreur sur γ.

Erreur sur Δ :

$\Delta\Delta = \Delta T + \Delta T_0 = 0{,}02$

$\Delta \ln = \left|\dfrac{1}{\Delta}\right|\Delta\Delta$

Exemple de calcul pour t = 0 : $\Delta \ln = 8 \cdot 10^{-3}$

Par le graphique, on a : $\gamma'_{\min} = 8{,}54 \cdot 10^{-3}\left[\min^{-1}\right] = 1{,}42 \cdot 10^{-4}\left[s^{-1}\right]$

$\Rightarrow \Delta\gamma' = \left|\gamma' - \gamma'_{\min}\right| = 6 \cdot 10^{-6}\left[s^{-1}\right]$

erreur sur K :

$\Delta K = |C|\Delta\gamma' + |C|\Delta\gamma = 8 \cdot 10^{-3}$

$\boxed{\Rightarrow K = 5{,}43 \cdot 10^{-2} \pm 8 \cdot 10^{-3}}$